

## Lösungsbeispiel aus dem vergangenen Jahr und Tipps

Die folgende Lösung einer Wettbewerbsaufgabe aus der ersten Runde des vergangenen Jahres zeigt dir, dass du mit den Kenntnissen der Mittelstufe erfolgreich teilnehmen kannst.

### Aufgabe 1

Alina, Bilge und Celia sitzen an einem Tisch, auf dem ein gewöhnlicher Spielwürfel liegt. Jede kann drei Würfelflächen sehen. Alina sieht auf den Würfelflächen insgesamt 9, Bilge 14 und Celia 15 Augen.

Lässt sich mit diesen Angaben die Augenzahl auf der Unterseite des Würfels eindeutig bestimmen?

### Lösung:

Die Augenzahl 5 muss oben liegen, die Auganzahl 2 muss unten liegen.



### Beweis:

(1) Celia sieht drei Seitenflächen mit Augensumme 15. Die einzige Möglichkeit 15 als Summe von drei verschiedenen Zahlen der Zahlen 1,2,3,4,5,6 darzustellen ist  $15 = 4 + 5 + 6$ . Jede andere Summe aus drei verschiedenen Zahlen ist kleiner als 15. Celia sieht also 4, 5 und 6 Augen.

(2) Bilge sieht drei Seitenflächen mit Augensumme 14. Die einzige Möglichkeit 14 als Summe von drei verschiedenen Zahlen der Zahlen 1,2,3,4,5,6 darzustellen ist  $14 = 3 + 5 + 6$ . Wenn nämlich 6 nicht vorkommt, so ist die Summe höchstens  $5 + 4 + 3 = 12$ , wenn 5 nicht vorkommt, so

ist die Summe höchstens  $6 + 4 + 3 = 13$ .

Bilge sieht also 3, 5 und 6 Augen.

(3) Alina sieht drei Seitenflächen mit Augensumme 9. Die einzigen Möglichkeiten 9 als Summe von drei verschiedenen Zahlen der Zahlen 1,2,3,4,5,6 zu kombinieren sind  $9 = 1 + 2 + 6$ ,  $9 = 1 + 3 + 5$ ,  $9 = 2 + 3 + 4$ . Zwei der drei Zahlen müssen nämlich kleiner als 4 sein, da sonst die Summe  $1 + 4 + 5 = 10$  zu groß ist.

Die Kombination  $9 = 1 + 2 + 6$  ist unmöglich, da 1 und 6 gegenüber liegen und daher nicht gleichzeitig gesehen werden können. Die Kombination  $9 = 2 + 3 + 4$  ist unmöglich, da 3 und 4 gegenüber liegen.

Alina sieht also 1, 3 und 5 Augen.

Nach (1), (2) und (3) ist 2 die einzige Augenzahl, die kein Mädchen sieht. Sie muss unten liegen.

So, und nun bist du dran. Bei den umstehenden neuen Wettbewerbsaufgaben sollst du den Beweis führen.

Notiere in deinen Beweisen bei jedem Schritt, welchen Satz du verwendest. Z.B. schreibe „Nach dem Winkelsummensatz für Dreiecke gilt .....“. Wenn du keinen Namen des Satzes kennst, so kannst du den Satz auch umschreiben: „Da in einem Dreieck die Winkelsumme  $180^\circ$  beträgt, folgt nun ....“. Es muss nur bei jedem Schritt deutlich werden, was du verwendest und wie du schließt.

Auch wenn du eine Aufgabe nicht vollständig lösen kannst oder nicht alle Schritte vollständig begründen kannst, so schreibe doch bitte trotzdem deinen Lösungsanfang und deine Ideen für die Lösung auf. Vielleicht fehlen nur noch wenige Schritte zur vollständigen Lösung.

Beim Lösen einer Geometrieaufgabe helfen dir vielleicht die folgenden Punkte:

- *Mache dir eine genaue Zeichnung und überprüfe den Aufgabentext anhand der Zeichnung ganz genau. Überzeuge dich, dass du die Aufgabe richtig verstehst. Falls du die Aufgabe nicht ganz verstehst, so kannst du fragen, z.B. unter [info@landeswettbewerb-mathematik.de](mailto:info@landeswettbewerb-mathematik.de)*
- *Kennzeichne in der Zeichnung alle gegebenen und gesuchten Größen mit unterschiedlichen Farben.*
- *Überprüfe, ob du in der Figur gleichschenklige oder gar gleichseitige Dreiecke erkennen kannst. Welche Folgerungen kannst du dann für die Innenwinkel in solchen Dreiecken ziehen?*
- *Zeichne Hilfslinien ein, dadurch entstehen oft neue Figuren.*
- *Aus Zeichnungen kannst du nur Beweisideen entnehmen, diese musst du dann noch begründen. Begründungen wie „Durch Nachmessen erkenne ich ....“ oder „Ich sehe in der Zeichnung, dass....“ genügen nicht.*
- *Versuche durch Vorwärtsarbeiten (also ausgehend von den Voraussetzungen) weitere Beziehungen herzuleiten.*
- *Versuche auch durch Rückwärtsarbeiten (was müsste erfüllt sein, damit ich den Beweis führen kann?) voran zu kommen.*
- *Überlege, ob du mit einem Kongruenzsatz eine Länge oder einen Winkel erschließen kannst.*
- *Überlege, ob du die Aufgabe in einem Spezialfall lösen kannst – manchmal erhält man dabei eine Idee für den allgemeinen Fall.*

## Teilnahmebedingungen und Hinweise

- \* Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler aus Baden-Württemberg, die eine Gemeinschaftsschule, Realschule oder ein Gymnasium bis Klassenstufe 10 einschließlic besuchen.
- \* Für den Wettbewerb werden die Lösungen von höchstens vier der sechs Aufgaben gewertet. Bis einschließlich Klassenstufe 9 können diese vier Aufgaben beliebig ausgewählt werden. Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Klassenstufe 10 dürfen aus den Aufgaben 2 bis 6 auswählen.
- \* **Für eine schnellere Erfassung der Daten, erbitten wir unbedingt die zusätzliche Eingabe der Daten in ein Online-Formular auf unserer Homepage.**
- \* In der ersten Runde ist Gruppenarbeit zugelassen. Eine Gruppe kann aus bis zu drei Mitgliedern bestehen. Besucht mindestens ein Gruppenmitglied die Klassenstufe 10, so werden nur Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 gewertet.
- \* Bei jeder Aufgabe sind vier Punkte erreichbar. Jeder Einzelteilnehmer mit mindestens acht Punkten erhält eine Urkunde und einen Buchpreis. Die Mitglieder einer Gruppe erhalten eine Urkunde. Für einen ersten Preis sind mindestens 14 Punkte erforderlich, für einen zweiten Preis mindestens 11 Punkte.
- \* Einzelteilnehmer und Gruppenmitglieder, die einen ersten oder zweiten Preis erhielten, können sich durch die Teilnahme an der zweiten Runde für ein mehrtägiges mathematisches Seminar qualifizieren. In der zweiten Runde ist keine Gruppenarbeit mehr zu-

gelassen. Zu diesen Seminaren werden bis zu 50 Jugendliche eingeladen. Es entscheidet das Ergebnis der zweiten Runde.

- \* Die in der ersten Runde erfolgreichsten „Juniorstarter“ aus Klasse 6 werden zu einem ein- bis zweitägigen mathematischen Seminar eingeladen.
- \* Für die Lösung jeder Aufgabe ist ein gesondertes Blatt DIN A4 zu verwenden, das jeweils mit dem Namen zu versehen ist.
- \* Jede Einsendung muss auf der ersten Seite mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbstständig bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst wurden. Die Selbstständigkeit bleibt gewahrt, wenn zu Fragen der Dokumentation um Hilfe nachgesucht wird oder Begriffe in der Aufgabenstellung erfragt werden. Nachfragen sind auch unter [info@landeswettbewerb-mathematik.de](mailto:info@landeswettbewerb-mathematik.de) möglich.

**Ein Verstoß gegen diese Teilnahmebedingungen – dazu zählt etwa auch die missbräuchliche Nutzung von Internetforen – wird mit Disqualifikation geahndet.**

- \* Zu einer vollständig richtigen Lösung gehört insbesondere, dass alle wesentlichen Zwischenschritte aufgeführt und begründet sind. Die bloße Angabe eines Zahlwertes oder von Beispielen genügt nicht als Lösung. Bei der Verwendung von mathematischen Sätzen, die aus dem Unterricht oder aus dem Schulbuch nicht bekannt sind, ist eine präzise, vollständige Formulierung und eine genaue Quellenangabe, jedoch kein Nachweis erforderlich. Gegen die Verwendung eines

Computerprogramms oder eines Taschenrechners als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechnungskontrolle ist nichts einzuwenden, doch müssen in der Darstellung der Lösung die für den jeweiligen Nachweis wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.

- \* Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg.
- \* Nach Abschluss der Korrektur erhalten alle Teilnehmer Nachricht über das Ergebnis und Lösungsbeispiele zu allen Aufgaben.
- \* Eine Rücksendung der korrigierten Arbeiten ist aus organisatorischen Gründen nicht möglich. Es empfiehlt sich deshalb, eine Kopie anzufertigen, um die eigenen Lösungen mit den Lösungsbeispielen vergleichen zu können.
- \* Die ausreichend frankierten Zuschriften (Umschlag DIN A4) sind zu richten an:

Hebel-Gymnasium  
Landeswettbewerb Mathematik  
Torsten Rupf  
Simmlerstraße 1  
75172 Pforzheim

Einsendeschluss ist der **06.11.2019**  
(Datum des Poststempels).

- \* Übungsmaterial:

Die Aufgaben und Lösungen früherer Wettbewerbe sind auf einer CD erschienen und können über [www.landeswettbewerb-mathematik.de](http://www.landeswettbewerb-mathematik.de) angefordert werden.