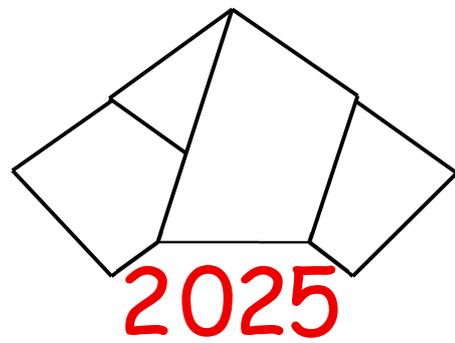


39. Landeswettbewerb

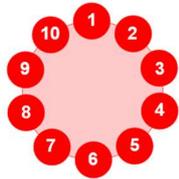
Mathematik

Baden-Württemberg



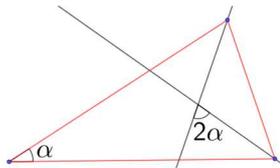
Aufgabe 1

Barbara setzt im nebenstehenden Ring einen Spielstein auf das Feld mit der Zahl 1. Nun zieht sie den Stein im Uhrzeigersinn. Dabei gibt die Zahl des Feldes, auf dem der Stein liegt, an, um wie viele Felder sie ihn im nächsten Zug vorrückt. Bestimme, auf welchem Feld der Stein nach 2026 Zügen liegt.



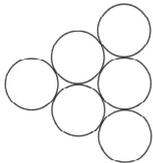
Aufgabe 2

Die Abbildung zeigt ein Dreieck mit zwei seiner Winkelhalbierenden. Bestimme die Größe von α .



Aufgabe 3

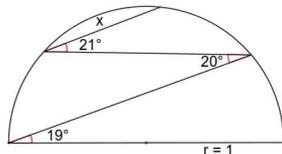
Paula legt sechs Billardkugeln mit den Nummern 1, 2, 3, 4, 5, 6 wie in der Abbildung zusammen. Sie multipliziert die Kugelnummern von je drei Kugeln, die sich gegenseitig berühren. Anschließend multipliziert sie die vier dabei entstandenen Produkte miteinander.



Zeige, dass das Ergebnis für jede mögliche Verteilung der Kugeln das Fünffache einer Quadratzahl ist.

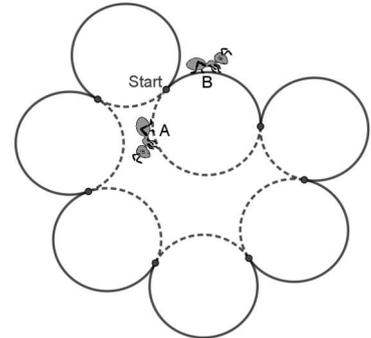
Aufgabe 4

Bestimme die Länge der Sehne x .



Aufgabe 5

Sieben gleichgroße Kreisscheiben werden zu einer geschlossenen Kette gelegt. Dabei berührt jeder Kreis nur seine beiden Nachbarkreise. Zwei Ameisen A und B starten in einem der Berührungspunkte und laufen gleich schnell mit konstanter Geschwindigkeit auf den Kreisrändern. A läuft den gestrichelten inneren Weg und B den äußeren Weg entlang. Dabei können sie die Kreiskette auch mehrfach umrunden.



Beweise, dass sich die Ameisen irgendwann wieder im Startpunkt treffen, egal, wie die Kreisscheiben anfangs gelegt werden. Anmerkung: Im Rahmen dieser Aufgabe sind Ameisen punktförmig 😊.

Aufgabe 6

Auf jedem der 27 Felder eines rechteckigen 9×3 -Spielfeldes steht genau ein Schüler. Auf ein Zeichen hüpfet jeder Schüler über eine Kante auf ein direktes Nachbarfeld. Es ist möglich, dass danach zwei oder mehr Schüler auf demselben Feld stehen. Bestimme die minimale und die maximale Anzahl an freien Feldern.

Einzelheiten zur Auswahl der Aufgaben, zur Korrektur und zu den Preisen kannst du den Teilnahmebedingungen auf der Rückseite dieses Blattes entnehmen. Drei wichtige Informationen sofort:

- Du kannst Lösungen zu maximal vier Aufgaben einsenden.
- Einsendeschluss ist der **06.11.2025**. (Eingang beim Organisationsteam)
- Einsendeadresse: Hebel-Gymnasium, Landeswettbewerb Mathematik Torsten Rupf, Simmlerstraße 1, 75172 Pforzheim
- weitere Informationen auf www.landeswettbewerb-mathematik.de

Klar, da mache ich mit! Bitte diesen Abschnitt in Druckschrift deutlich lesbar ausfüllen, ausschneiden und auf das erste Blatt der Lösungen kleben. Bei Gruppenarbeit bitte für jedes Mitglied einen Abschnitt ausfüllen und aufkleben.

Zu unserer Unterstützung bitten wir unbedingt um die zusätzliche Eingabe der Daten in ein Online-Formular auf unserer Homepage: www.landeswettbewerb-mathematik.de (Weitere Informationen s. Rückseite)

Name: Vorname: Klassenstufe:

Straße/Hausnr.: PLZ/Wohnort:
weiblich männlich divers

E-Mail: Online-Anmeldung erfolgt: ja nein (Bitte ankreuzen)

Name der Schule: PLZ/Schulort:

Gruppenarbeit: ja nein (Bitte ankreuzen) **Nummern** der bearbeiteten Aufgaben (höchstens **vier**) bitte ankreuzen:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Ich bestätige hiermit, alle Aufgaben selbständig bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst zu haben.

Die Informationen zum Datenschutz auf der Homepage des Landeswettbewerbs habe ich gelesen und stimme der Speicherung und Verarbeitung der Daten für die Abwicklung des Wettbewerbs zu, auch im Falle der Eingabe in das Online-Formular.

Unterschrift Teilnehmer: Erziehungsberechtigter:

Teilnahmebedingungen und Hinweise

- * Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler aus Baden-Württemberg, die eine Gemeinschaftsschule, Realschule oder ein Gymnasium bis Klassenstufe 10 einschließlich besuchen.
- * Für den Wettbewerb werden die Lösungen von höchstens vier der sechs Aufgaben gewertet. Bis einschließlich Klassenstufe 9 können diese vier Aufgaben beliebig ausgewählt werden. Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Klassenstufe 10 dürfen aus den Aufgaben 2 bis 6 auswählen.
- * **Für eine schnellere Erfassung der Daten, erbitten wir unbedingt die zusätzliche Eingabe der Daten in ein Online-Formular auf unserer Homepage.**
- * In der ersten Runde ist Gruppenarbeit zugelassen. Eine Gruppe kann aus bis zu drei Mitgliedern bestehen. Besucht mindestens ein Gruppenmitglied die Klassenstufe 10, so werden nur Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 gewertet.
- * Bei jeder Aufgabe sind vier Punkte erreichbar. Jeder Einzelteilnehmer mit mindestens acht Punkten erhält eine Urkunde und einen Buchpreis. Die Mitglieder einer Gruppe erhalten eine Urkunde. Für einen ersten Preis sind mindestens 14 Punkte erforderlich, für einen zweiten Preis mindestens 11 Punkte.
- * Einzelteilnehmer und Gruppenmitglieder, die einen ersten oder zweiten Preis erhielten, können sich durch die Teilnahme an der zweiten Runde für ein mehrtägiges mathematisches Seminar qualifizieren. In der zweiten Runde ist keine Gruppenarbeit mehr zugelassen. Zu diesen Seminaren werden bis zu 60 Jugendliche eingeladen.

Es entscheidet das Ergebnis der zweiten Runde.

- * Die in der ersten Runde erfolgreichsten „Juniorstarter“ aus Klasse 6 und evtl. Klasse 7 werden zu einem ein- bis zweitägigen mathematischen Seminar eingeladen.
 - * Für die Lösung jeder Aufgabe ist ein gesondertes Blatt DIN A4 zu verwenden, das jeweils mit dem Namen zu versehen ist.
 - * Der Wettbewerb bietet den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, sich selbstständig durch eigene Denkleistung mit mathematischen Problemen zu beschäftigen. Daher ist die Nutzung einer künstlichen Intelligenz zum Zweck der Lösungsfindung ebenso wie das Gespräch mit Expertinnen oder Experten, das über reine Verständnisfragen hinausgeht, nicht mit dem Gebot der Selbstständigkeit vereinbar.
 - * Jede Einsendung muss auf der ersten Seite mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbstständig bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst wurden. Die Selbstständigkeit bleibt gewahrt, wenn zu Fragen der Dokumentation um Hilfe nachgesucht wird oder Begriffe in der Aufgabenstellung erfragt werden. Nachfragen sind auch unter info@landeswettbewerb-mathematik.de möglich.
- Ein Verstoß gegen diese Teilnahmebedingungen – dazu zählt etwa auch die missbräuchliche Nutzung von Internetforen – wird mit Disqualifikation geahndet.**
- * Zu einer vollständig richtigen Lösung gehört insbesondere, dass alle wesentlichen Zwischenschritte aufgeführt und begründet sind. Die bloße Angabe eines Zahlwertes oder von Beispielen genügt nicht als Lösung. Bei der Verwendung von mathematischen Sätzen, die aus dem Unterricht oder

- aus dem Schulbuch nicht bekannt sind, ist eine präzise, vollständige Formulierung und eine genaue Quellenangabe, jedoch kein Nachweis erforderlich. Gegen die Verwendung eines Computerprogramms oder eines Taschenrechners als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechnungskontrolle ist nichts einzuwenden, doch müssen in der Darstellung der Lösung die für den jeweiligen Nachweis wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.
- * Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg.
- * Nach Abschluss der Korrektur erhalten alle Teilnehmer Nachricht über das Ergebnis und Lösungsbeispiele zu allen Aufgaben.
- * Eine Rücksendung der korrigierten Arbeiten ist aus organisatorischen Gründen nicht möglich. Es empfiehlt sich deshalb, eine Kopie anzufertigen, um die eigenen Lösungen mit den Lösungsbeispielen vergleichen zu können.
- * Die ausreichend frankierten Zuschriften (Umschlag DIN A4) sind zu richten an:

Hebel-Gymnasium
Landeswettbewerb Mathematik
Torsten Rupf
Simmlerstraße 1
75172 Pforzheim

Einsendeschluss ist der **06.11.2025**
(Eingang beim Organisationsteam).

- * Übungsmaterial:
Die Aufgaben und Lösungen früherer Wettbewerbe können aus dem Archiv auf unserer Homepage www.landeswettbewerb-mathematik.de heruntergeladen werden.

Lösungsbeispiel aus dem vergangenen Jahr und Tipps

Die folgende Lösung einer Wettbewerbsaufgabe aus der ersten Runde des vergangenen Jahres zeigt dir, dass du mit den Kenntnissen der Mittelstufe erfolgreich teilnehmen kannst.

Aufgabe 1

Alma schreibt mehrere natürliche Zahlen an die Tafel, von denen keine zwei gleich sind. Das Produkt der drei kleinsten dieser Zahlen ist 12.

Das Produkt der drei größten dieser Zahlen ist 120.

Welche Zahlen kann Alma an die Tafel geschrieben haben?

Bestimme alle Möglichkeiten.

Lösung: An der Tafel können die folgenden Zahlenkombinationen stehen:

1. Lösung: 1; 2; 6; 10,

2. Lösung: 1; 3; 4; 10,

3. Lösung: 1; 3; 4; 5; 6.

Eine Probe bestätigt, dass jede der 3 Möglichkeiten alle Bedingungen der Aufgabenstellung erfüllt.

Beweis:

Die Zahl 12 kann nur auf zwei Weisen als Produkt dreier verschiedener natürlicher Zahlen geschrieben werden:

1. Fall: $12 = 1 \cdot 2 \cdot 6$ und

2. Fall: $12 = 1 \cdot 3 \cdot 4$.

Im ersten Fall muss die 2 auch zu den größten drei Zahlen gehören, weil schon das kleinste andernfalls mögliche Produkt $6 \cdot 7 \cdot 8 = 336 > 120$ ist. Die größten drei

Zahlen können hier also nur 2; 6 und $120 : (2 \cdot 6) = 10$ sein.

In zweiten Fall ist entweder auch die 3 eine der drei größten Zahlen, so dass nur 3; 4 und $120 : (3 \cdot 4) = 10$ diese Zahlen sein können, oder aber die drei gehört nicht zu den drei größten Zahlen. Dann sind 4; 5 und 6 die kleinsten drei möglichen Zahlen, die die drei größten Zahlen an der Tafel bilden können. Da ihr Produkt genau 120 ist, müssen es genau diese drei Zahlen sein, so dass in diesem Fall 1; 3; 4; 5; 6 an der Tafel stehen. Damit sind alle Fälle betrachtet.

So, und nun bist du dran. Bei den umstehenden neuen Wettbewerbsaufgaben sollst du den Beweis führen.

Notiere in deinen Beweisen bei jedem Schritt, welchen Satz du verwendest. Z.B. schreibe „Nach dem Winkelsummensatz für Dreiecke gilt“. Wenn du keinen Namen des Satzes kennst, so kannst du den Satz auch umschreiben: „Da in einem Dreieck die Winkelsumme 180° beträgt, folgt nun“. Es muss nur bei jedem Schritt deutlich werden, was du verwendest und wie du schließt.

Auch wenn du eine Aufgabe nicht vollständig lösen kannst oder nicht alle Schritte vollständig begründen kannst, so schreibe doch bitte trotzdem deinen Lösungsanfang und deine Ideen für die Lösung auf. Vielleicht fehlen nur noch wenige Schritte zur vollständigen Lösung.

Beim Lösen einer Geometrieaufgabe helfen dir vielleicht die folgenden Punkte:

- *Mache dir eine genaue Zeichnung und überprüfe den Aufgabentext anhand der*

Zeichnung ganz genau. Überzeuge dich, dass du die Aufgabe richtig verstehst. Falls du die Aufgabe nicht ganz verstehst, so kannst du fragen, z.B. unter info@landeswettbewerb-mathematik.de

- *Kennzeichne in der Zeichnung alle gegebenen und gesuchten Größen mit unterschiedlichen Farben.*
- *Überprüfe, ob du in der Figur gleichschenklige oder gar gleichseitige Dreiecke erkennen kannst. Welche Folgerungen kannst du dann für die Innenwinkel in solchen Dreiecken ziehen?*
- *Zeichne Hilfslinien ein, dadurch entstehen oft neue Figuren.*
- *Aus Zeichnungen kannst du nur Beweisideen entnehmen, diese musst du dann noch begründen. Begründungen wie „Durch Nachmessen erkenne ich“ oder „Ich sehe in der Zeichnung, dass....“ genügen nicht.*
- *Versuche durch Vorwärtsarbeiten (also ausgehend von den Voraussetzungen) weitere Beziehungen herzuleiten.*
- *Versuche auch durch Rückwärtsarbeiten (was müsste erfüllt sein, damit ich den Beweis führen kann?) voranzukommen.*
- *Überlege, ob du mit einem Kongruenzsatz eine Länge oder einen Winkel erschließen kannst.*
- *Überlege, ob du die Aufgabe in einem Spezialfall lösen kannst – manchmal erhält man dabei eine Idee für den allgemeinen Fall.*